ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Высшая математика»

Высшая математика

Методические указания и варианты заданий к контрольной работе №2 для студентов специальности 1-25 01 04 «Финансы и кредит» заочной формы обучения

Могилев 2008

УДК 51
ББК 22.1
В 95

Рекомендовано к опубликованию
учебно-методическим управлением
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»

Одобрено кафедрой «Высшая математика» «7» марта 2007 г., протокол № 7

Составитель доц. И. И. Маковецкий

Рецензент доц., зав. каф. Н. А. Сергейчик

В методических указаниях даны решения типовых задач с необходимыми теоретическими сведениями, а также приведены варианты заданий контрольной работы.

Методические указания предназначены для студентов специальности 1-25 01 04 «Финансы и кредит» заочной формы обучения.

Учебное издание

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Ответственный за выпуск	Л. В. Плетнев
Технический редактор	А. Т. Червинская
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная. Усл.-печ. л. . Уч.-изд. л. .Тираж 99 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет»
ЛИ № 02330/375 от 29.06.2004 г.
212000, г. Могилев, пр. Мира, 43

Содержание

1 Теоретические вопросы

Тема 1. Основные понятия теории вероятностей

1 Предмет теории вероятностей.

2 Пространство элементарных событий.

3 Классификация событий.

4 Вероятность события.

5 Методы задания вероятностей: классический, геометрический, статистический.

Тема 2. Свойства вероятностей. Основные теоремы

1 Свойства вероятностей.

2 Теорема сложения.

3 Условная вероятность.

4 Независимость событий.

5 Теорема умножения.

6 Формула полной вероятности.

Тема 3. Схема повторных независимых опытов

1 Формула Бейеса.

2 Схема повторных независимых опытов.

3 Формулы Бернулли, Пуассона, Лапласа.

Тема 4. Случайные величины, их классификация

1 Случайные величины (СВ), их классификация.

2 Функция распределения СВ, ее свойства.

3 Дискретные СВ, ряд распределения, функция распределения.

4 Непрерывные СВ, плотность распределения вероятности.

Тема 5. Числовые характеристики СВ

1 Числовые характеристики СВ: математическое ожидание, его свойства.

2 Числовые характеристики СВ: дисперсия, ее свойства.

3 Понятие о моментах распределения.

Тема 6. Основные вероятностные модели распределения СВ

1 Основные вероятностные модели распределения СВ: одноточечное, распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона.

Тема 7. Модели распределения СВ

1 Равномерное, показательное, нормальное распределения СВ.

Тема 8. Предмет и задачи математической статистики

1 Предмет и задачи математической статистики.

2 Эмпирическая функция распределения.

3 Графическое изображение статистических рядов.

Тема 9. Основные распределения СВ

1 Основные распределения СВ: гамма-функция, ее свойства; распределение χ^2 (хи-квадрат); распределение Стьюдента; распределение Фишера.

Тема 10. Статистические оценки

1 Статистические оценки неизвестных параметров распределения.

2 Точечные оценки.

3 Метод моментов.

4 Метод наибольшего правдоподобия.

Тема 11. Интервальные оценки параметров распределения

1 Интервальные оценки параметров распределения.

2 Доверительная вероятность, доверительный интервал для математического ожидания СВ, имеющей нормальное распределение.

3 Интервальные оценки среднего квадратического отклонения СВ, имеющей нормальное распределение.

Тема 12. Статистическая проверка гипотез

1 Понятие о статистической проверке статистических гипотез.

2 Типы гипотез.

3 Критерий значимости проверки нулевой гипотезы.

4 Ошибки, допускаемые при проверке статистических гипотез.

5 Уровень значимости статистического критерия.

Тема 13. Проверка гипотез о математическом ожидании СВ.

1 Проверка гипотез о математическом ожидании СВ, имеющей нормальное распределение.

2 Общие рекомендации по оформлению контрольной работы

2.1 Выбор варианта контрольной работы

Номер варианта для каждой задачи выбирается по последней цифре номера зачетной книжки. Если эта цифра «0», то следует выполнять 10 вариант. Например, номер зачетной книжки оканчивается на 6. Тогда номер варианта задания равен 6.

Примечание - Количество и содержание заданий контрольных работ, выполняемых в каждом семестре, определяется студентам на установочной сессии.

2.2 Правила оформления контрольной работы

При выполнении работ необходимо:

1) указывать на титульном листе номер работы, название дисциплины, номер курса и название факультета, номер зачетной книжки, фамилию, имя и отчество, обратный адрес;

2) решения задач приводить в порядке, указанном в задании;

3) перед каждым решением указывать полный номер задачи (например, 1.2.7 - первая работа, задание 2, вариант 7) и ее условие согласно заданию;

4) решения приводятся с необходимыми краткими пояснениями, крупным и разборчивым почерком;

5) после каждого решения оставлять место для возможных замечаний рецензента;

6) незачтенные работы не оформлять заново (если на необходимость этого не указано рецензентом). Исправленные решения задач приводятся в конце работы.

При несоблюдении указанных требований работа не рецензируется.

Прорецензированные и зачтенные контрольные работы вместе со всеми исправлениями и дополнениями, сделанными по требованию рецензента, следует сохранять. Без предъявления зачтенных контрольных работ студент не допускается к сдаче зачета и экзамена.

3 Решение типового варианта

Задача 1. В трех отделах фирмы работает 3, 5 и 8 человек соответственно. Начальник имеет возможность поощрить 3 человек премиями одинакового размера. Какова вероятность того, что все они окажутся работающими в разных отделах? в одном отделе?

Решение

Для решения задачи применим классическое определение вероятности случайного события $p = \frac{m}{n}$, где n – общее число равновозможных исходов в данном испытании; m – число исходов в испытании, благоприятствующих наступлению события.

Общее число исходов в испытании – число способов, которыми начальник может сформировать список из 3 человек случайным отбором из всех 16 человек (3+5+8=16), работающих на фирме. Поскольку размеры премий не различаются, то в выборках неважен порядок. Общее число равновозможных исходов будет равно:

$$m = C_{16}^{3} = \frac{16!}{(16-3)!\cdot 3!} = \frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot 13\cdot 14\cdot 15\cdot 16}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot 12\cdot 13\cdot 1\cdot 2\cdot 3} =$$

$$= \frac{14\cdot 15\cdot 16}{2\cdot 3} = 7\cdot 5\cdot 16 = 560.$$

Подсчитаем теперь число исходов в случае, когда требуется, чтобы все премированные работали в разных отделах. В этом случае среди сотрудников каждого из отделов должна быть распределена одна премия, а это можно сделать числом способов $m_1 = 3\cdot 5\cdot 8 = 120$. В итоге вероятность такого события будет равна: $p_1 = \frac{m_1}{n} = \frac{120}{560} = \frac{3}{14}$.

В случае, если все премированные должны работать в одном отделе, можно выбрать сотрудников первого, второго или третьего отделов. Между работниками первого отдела можно распределить три премии только одним способом (для троих сотрудников - три премии); между работниками второго отдела можно распределить три премии $C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!\cdot 3!} = \frac{4\cdot 5}{2} = 10$ способами; между 8 сотрудниками третьего отдела три премии можно распределить $C_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!\cdot 3!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 3} = 56$ способами. Всего исходов, благоприятствующих наступлению события, будет $m_2 = 1 + 10 + 56 = 67$, а его вероятность будет равна: $p_2 = \frac{m_2}{n} = \frac{67}{560}$.

Задача 2. По информации аналитиков прибыль предприятия после реализации продукции на рынке сбыта может существенно зависеть от 4 форс-мажорных причин (снижение цен на реализуемую продукцию, скачок цен на конвертируемую валюту, появление активной конкуренции в сегменте рынка и т. д.). Особенности политики фирмы таковы, что выгодным для предприятия считается состояние рынка, при котором происходит менее трех форс-мажоров. Составить событие и найти его вероятность, учитывая, что состояние рынка выгодно для предприятия, если вероятности наступления каждого из форс-мажорных обстоятельств равны 0,1; 0,3; 0,2; 0,4 соответственно.

Решение

Обозначим события: B_1, B_2, B_3, B_4 – произошли 1, 2, 3, и 4 форс-мажоры соответственно. Тогда событие – произошло менее трех форс-мажоров - может быть записано в виде

$$B_1B_2\overline{B}_3\overline{B}_4 + B_1\overline{B}_2B_3\overline{B}_4 + B_1\overline{B}_2\overline{B}_3B_4 + \overline{B}_1B_2B_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1B_2\overline{B}_3B_4 +$$
$$+\overline{B}_1\overline{B}_2B_3B_4 + B_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1B_2\overline{B}_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1\overline{B}_2B_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1\overline{B}_2\overline{B}_3B_4 + \overline{B}_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4,$$

где $\overline{B}$ - событие, противоположное событию B.

Вероятность противоположного события вычисляется по формуле $P(\overline{B}) = 1 - P(B)$, откуда $P(\overline{B}_1) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$, $P(\overline{B}_2) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$, $P(\overline{B}_3) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$, $P(\overline{B}_4) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

Очевидно, все события, входящие в сумму, являются несовместными, а все сомножители, входящие в произведение, являются независимыми событиями и по теореме о вероятности суммы несовместных событий, и по теореме о вероятности произведения независимых событий:

$$P = P(B_1)P(B_2)P(\overline{B}_3)P(\overline{B}_4) + P(B_1)P(\overline{B}_2)P(B_3)P(\overline{B}_4) +$$
$$+P(B_1)P(\overline{B}_2)P(\overline{B}_3)P(B_4) + P(\overline{B}_1)P(B_2)P(B_3)P(\overline{B}_4) +$$
$$+P(\overline{B}_1)P(B_2)P(\overline{B}_3)P(B_4) + P(\overline{B}_1)P(\overline{B}_2)P(B_3)P(B_4) +$$
$$+P(B_1)P(\overline{B}_2)P(\overline{B}_3)P(\overline{B}_4) + P(\overline{B}_1)P(B_2)P(\overline{B}_3)P(\overline{B}_4) +$$
$$+P(\overline{B}_1)P(\overline{B}_2)P(B_3)P(\overline{B}_4) + P(\overline{B}_1)P(\overline{B}_2)P(\overline{B}_3)P(B_4) +$$
$$+P(\overline{B}_1)P(\overline{B}_2)P(\overline{B}_3)P(\overline{B}_4) =$$
$$= 0{,}1 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 + 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 +$$
$$+0{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 + 0{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}9 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4 +$$
$$+0{,}1 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 + 0{,}9 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 + 0{,}9 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 +$$
$$+0{,}9 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}9 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}9572.$$

Задача 3. Маркетинговый отдел производственного предприятия имеет договора о реализации продукции с 4 торговыми предприятиями. Для реализации товара предприятие может обратиться к каждому из торговых предприятий с вероятностью 0,15; 0,25; 0,4; 0,2 соответственно. При этом особенности рынка сбыта таковы, что торговые предприятия могут реализовать всю поставленную партию целиком с вероятностью 0,75; 0,65; 0,85; 0,8 соответственно. Найти вероятность того, что вся продукция производственного предприятия была реализована; указать предприятие, которое вероятнее всего реализовало продукцию.

Решение

Для решения задачи воспользуемся формулой полной вероятности. При этом искомое событие А – вся продукция была реализована - может произойти совместно с одним из событий-гипотез – для реализации производственное предприятие обратилось к торговому предприятию 1 – 4 соответственно (H_1, H_2, H_3, H_4). Тогда по условию задачи вероятности распределятся следующим образом:

$$p(H_1)=0{,}15;\ p(H_2)=0{,}25;\ p(H_3)=0{,}4;\ p(H_4)=0{,}2;$$
$$p(A|H_1)=0{,}75;\ p(A|H_2)=0{,}65;\ p(A|H_3)=0{,}85;\ p(A|H_4)=0{,}8.$$

По формуле полной вероятности получаем вероятность искомого события

$$p(A)=\sum_{i=1}^{4} p(H_i)\cdot p(A\,|\,H_i)=$$
$$=0{,}15\cdot 0{,}75+0{,}25\cdot 0{,}65+0{,}4\cdot 0{,}85+0{,}2\cdot 0{,}8=0{,}775.$$

Считая, что вся продукция производственного предприятия была реализована, определим, каким из торговых предприятий это вероятнее всего было сделано. Для этого используем формулы Байеса:

$$p(H_i\,|\,A)=\frac{p(H_i)\cdot p(A\,|\,H_i)}{p(A)},$$

где $p(A)$ - полная вероятность события.

Получаем:

$$p(H_1\,|\,A)=\frac{0{,}15\cdot 0{,}75}{0{,}775}\approx 0{,}145;$$
$$p(H_2\,|\,A)=\frac{0{,}25\cdot 0{,}65}{0{,}775}\approx 0{,}210;$$
$$p(H_3\,|\,A)=\frac{0{,}4\cdot 0{,}85}{0{,}775}\approx 0{,}439;$$
$$p(H_4\,|\,A)=\frac{0{,}2\cdot 0{,}8}{0{,}775}\approx 0{,}206.$$

Вероятнее всего продукция была реализована третьим торговым предприятием.

Задача 4. При начислении заработной платы одному работнику сотрудник бухгалтерии ошибается с вероятностью 0,0015. На предприятии работает 1800 человек. Определить вероятность того, что при начислении заработной платы сотрудником бухгалтерии будет сделано не более 2 ошибок.

Решение

В данной задаче имеет место схема независимых повторных испытаний, причем речь идет о маловероятном событии. Для решения задачи используем асимптотическую формулу Пуассона

$$p_n(k)=\frac{\lambda^k}{k!}\cdot e^{-\lambda},$$

где λ=np – среднее значение числа появлений рассматриваемого события в серии опытов.

Чтобы определить вероятность того, что событие наступит не более 2 раз, необходимо вычислить следующую вероятность:

$$p = P_{1800}(0) + P_{1800}(1) + P_{1800}(2).$$

Находим требуемые значения:

$$\lambda = np = 1800 \cdot 0,0015 = 2,7;$$
$$P_{1800}(0) = \frac{2,7^0}{0!} \cdot e^{-2,7} \approx 0,0872;$$
$$P_{1800}(1) = \frac{2,7^1}{1!} \cdot e^{-2,7} \approx 0,181;$$
$$P_{1800}(2) = \frac{2,7^2}{2!} \cdot e^{-2,7} \approx 0,245.$$

Искомая вероятность равна:

$$p = 0,0672 + 0,181 + 0,245 = 0,4932.$$

Задача 5. Составить случайную величину по условию задачи 2, определив количество форс-мажорных обстоятельств, фактически повлиявших на состояние рынка и найти ее числовые характеристики.

Решение

Согласно условию задачи 2, случайная величина является дискретной и может принимать возможные значения 0, 1, 2, 3, 4. Используя обозначения, принятые в задаче 2, составим для каждого из возможных значений случайной величины соответствующие события:

$$X=0:\ \overline{B}_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4;$$
$$X=1:\ B_1\overline{B}_2\overline{B}_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1B_2\overline{B}_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1\overline{B}_2B_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1\overline{B}_2\overline{B}_3B_4;$$
$$X=2:\ B_1B_2\overline{B}_3\overline{B}_4 + B_1\overline{B}_2B_3\overline{B}_4 + B_1\overline{B}_2\overline{B}_3B_4 + \overline{B}_1B_2B_3\overline{B}_4 + \overline{B}_1B_2\overline{B}_3B_4 + \overline{B}_1\overline{B}_2B_3B_4;$$
$$X=3:\ B_1B_2B_3\overline{B}_4 + B_1B_2\overline{B}_3B_4 + B_1\overline{B}_2B_3B_4 + \overline{B}_1B_2B_3B_4;$$
$$X=4:\ B_1B_2B_3B_4.$$

Вероятности возможных значений случайной величины будут равны:

$$p(X=0) = 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,3024;$$
$$p(X=1) = 0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,6 +$$
$$+0,9 \cdot 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,4 = 0,4404;$$

$$P(X=2)=0,1\cdot 0,3\cdot 0,8\cdot 0,6+0,1\cdot 0,7\cdot 0,2\cdot 0,6+0,1\cdot 0,7\cdot 0,8\cdot 0,4+$$
$$+0,9\cdot 0,3\cdot 0,2\cdot 0,6+0,9\cdot 0,3\cdot 0,8\cdot 0,4+0,9\cdot 0,7\cdot 0,2\cdot 0,4=0,2144;$$
$$p(X=3)=0,1\cdot 0,3\cdot 0,2\cdot 0,6+0,1\cdot 0,3\cdot 0,8\cdot 0,4+0,1\cdot 0,7\cdot 0,2\cdot 0,4+$$
$$+0,9\cdot 0,3\cdot 0,2\cdot 0,4=0,0404;$$
$$p(X=4)=0,1\cdot 0,3\cdot 0,2\cdot 0,4=0,0024.$$

Проверка: 0,3024+0,4404+0,2144+0,0404+0,0024=1.

Закон распределения случайной величины:

X	0	1	2	3	4
p	0,3024	0,4404	0,2144	0,0404	0,0024

Математическое ожидание случайной величины:

$$M(X)=\sum_{i=0}^{4}x_i p_i=0\cdot 0,3024+1\cdot 0,4404+2\cdot 0,2144+$$
$$+3\cdot 0,0404+4\cdot 0,0024=1.$$

Дисперсия случайной величины:

$$D(X)=\sum_{i=0}^{4}x_i^2 p_i-\left(M(X)\right)^2=$$
$$=0^2\cdot 0,3024+1^2\cdot 0,4404+2^2\cdot 0,2144+3^2\cdot 0,0404+$$
$$+4^2\cdot 0,0024-1^2=1,7-1=0,7.$$

Среднеквадратическое отклонение случайной величины:

$$\sigma(X)=\sqrt{D(X)}\approx 0,837.$$

Очевидно, вероятнее всего наступит только одно из четырех форс-мажорных обстоятельств, влияющих на итоговое состояние рынка.

Задача 6. По результатам обследования 50 пунктов кредитования населения получена информация об общих суммах кредитов, выданных в течение квартала (таблица 1):

Таблица 1

Сумма кредита	До 10 млн. р.	От 10 до 20 млн. р.	От 20 до 30 млн. р.	От 30 до 40 млн. р.	От 40 до 50 млн. р.	От 50 до 60 млн. р.	От 60 до 70 млн. р.
Количество пунктов	4	7	11	13	8	4	3

По данному статистическому материалу определить: среднюю сумму кредитов, выданную одним отделом кредитования, найти выборочную дисперсию, выборочное среднеквадратическое и исправленное среднеквадратическое отклонения; изобразить гистограмму частот; выяснить, адекватно ли эмпирическое распределение нормальному (уровень значимости 0,05), определить границы доверительного интервала, с надежностью 0,95 покрывающего выборочное среднее.

Решение.

Таблица 2

$(x_i;x_{i+1})$	(0;10)	(10;20)	(20;30)	(30;40)	(40;50)	(50;60)	(60;70)
n_i	4	7	11	13	8	4	3

В таблице 2 представлен интервальный статистический ряд распределения частот, по нему составим таблицу 3, в которой в качестве значений вариант возьмем середины интервалов:

Таблица 3

x_i	5	15	25	35	45	55	65
n_i	4	7	11	13	8	4	3

Найдем числовые характеристики выборки.

Выборочное среднее:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i = \frac{1}{50}\big(5\cdot 4 + 15\cdot 7 + 25\cdot 11 + 35\cdot 13 + 45\cdot 8 + $$
$$+55\cdot 4 + 65\cdot 3\big) = 32,6.$$

Выборочная дисперсия:

$$D_B = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i - \overline{X}^2 = \frac{1}{50}\big(5^2\cdot 4 + 15^2\cdot 7 + 25^2\cdot 11 + 35^2\cdot 13 + $$
$$+45^2\cdot 8 + 55^2\cdot 4 + 65^2\cdot 3\big) - 32,6^2 = 246,24.$$

Выборочное среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} = \sqrt{246,24} \approx 15,69.$$

Исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение:

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\sigma_B = \sqrt{\frac{50}{49}}\cdot 15,69 \approx 15,85.$$

Длины частичных интервалов одинаковы и равны h=10. Строим гистограмму (рис. 1) – столбчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются отрезки $(x_i;\, x_{i+1})$, высотами - отрезки $\frac{n_i}{h}$.

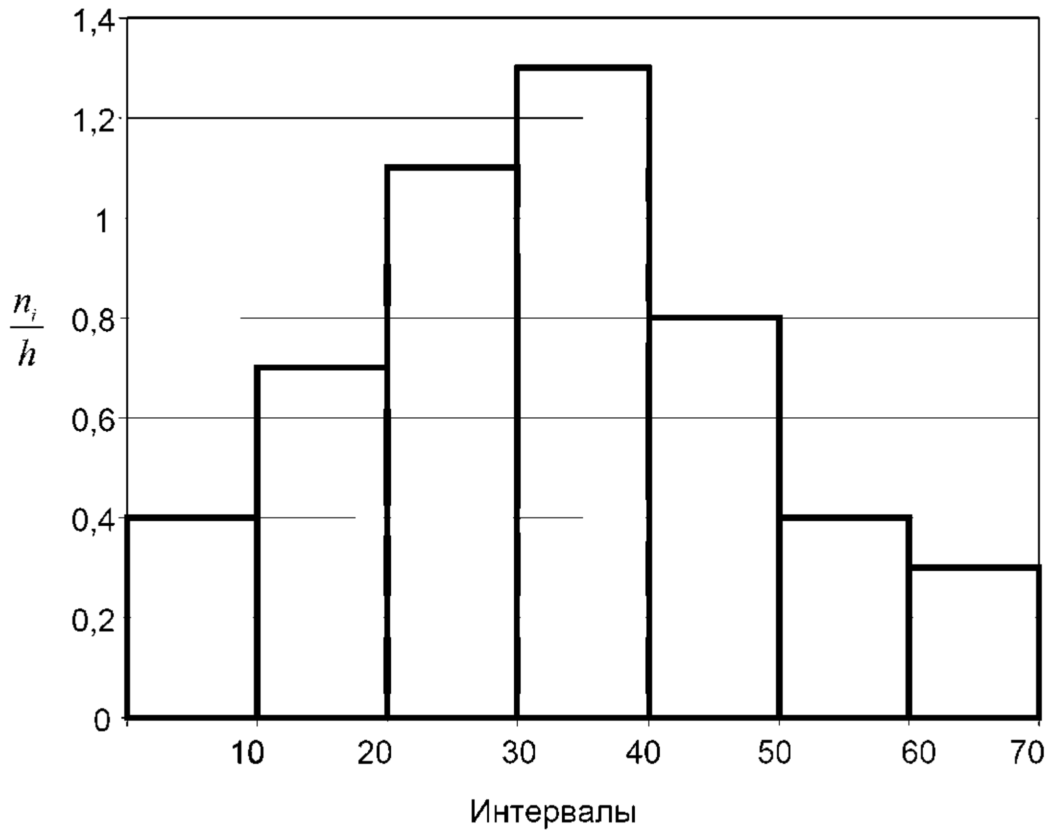

Рисунок 1.

По виду гистограммы частот можно сделать предположение о том, что данная выборка имеет нормальное распределение. Проверим гипотезу о нормальном распределении выборки, используя критерий Пирсона χ^2. Для этого составим таблицу 4:

Таблица 4

Интервалы	m_i	np_i	$(m_i - np_i)^2$	$\frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$
$(-\infty; 10)$	4	3,89	0,0121	0,0031105
[10; 20)	7	6,85	0,0225	0,0032847
[20; 30)	11	10,792	0,043264	0,0040089
[30; 40)	13	12,22	0,6084	0,0497872
[40; 50)	8	9,175	1,380625	0,1504768
[50; 60)	4	4,695	0,483025	0,1028807
$[60; +\infty)$	3	2,09	0,8281	0,3962201
$\sum$	50	49,712		0,709769

Теоретические частоты np_i вычисляем по формуле:

$$np_i = n\left(\Phi^*\left(\frac{x_i - \overline{X}}{S}\right) - \Phi^*\left(\frac{x_{i-1} - \overline{X}}{S}\right)\right).$$

Так

$$np_1 = 50\left(\Phi\left(\frac{10-32,6}{15,85}\right)-\Phi(-\infty)\right) = 50\left(\Phi(\infty)-\Phi(1,42)\right) =$$
$$= 50\left(0,5-0,4222\right) = 3,89;$$
$$np_2 = 50\left(\Phi\left(\frac{20-32,6}{15,85}\right)-\Phi\left(\frac{10-32,6}{15,85}\right)\right) = 50\left(\Phi(-0,79)-\Phi(-1,42)\right) =$$
$$= 50\left(\Phi(1,42)-\Phi(0,79)\right) = 50\cdot(0,4222-0,2852) = 6,85;$$
$$np_3 = 50\left(\Phi\left(\frac{30-32,6}{15,85}\right)-\Phi\left(\frac{20-32,6}{15,85}\right)\right) = 50\left(\Phi(-0,16)-\Phi(-0,79)\right) =$$
$$= 50\left(\Phi(0,79)-\Phi(0,16)\right) = 50(0,2852-0,0636) = 10,792;$$
$$np_4 = 50\left(\Phi\left(\frac{40-32,6}{15,85}\right)-\Phi\left(\frac{30-32,6}{15,85}\right)\right) = 50\left(\Phi(0,47)-\Phi(-0,16)\right) =$$
$$= 50\left(\Phi(0,47)+\Phi(0,16)\right) = 50(0,1808+0,0636) = 12,22;$$
$$np_5 = 50\left(\Phi\left(\frac{50-32,6}{15,85}\right)-\Phi\left(\frac{40-32,6}{15,85}\right)\right) = 50\left(\Phi(1,10)-\Phi(0,47)\right) =$$
$$= 50(0,3643-0,1808) = 9,175;$$
$$np_6 = 50\left(\Phi\left(\frac{60-32,6}{15,85}\right)-\Phi\left(\frac{50-32,6}{15,85}\right)\right) = 50\left(\Phi(1,73)-\Phi(1,10)\right) =$$
$$= 50(0,4582-0,3643) = 4,695;$$
$$np_7 = 50\left(\Phi(+\infty)-\Phi\left(\frac{60-32,6}{15,85}\right)\right) =$$
$$= 50\left(\Phi(+\infty)-\Phi(1,73)\right) = 50(0,5-0,4582) = 2,09;$$

Затем находим разности $(m_i - np_i)$, их квадраты и частные $\frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}$.

Вычислив сумму, находим расчётное значение критерия Пирсона χ^2=0,709769. По таблице значений χ^2 – распределения по уровню значимости α=0,05 и числу степеней свободы $\nu=k$ r 1=7–2–1=4 находим квантиль $\chi^2_{0,05;4} = 9,5$. Так как $\chi^2_{расч} = 0,709769 < \chi^2_{кр} = 9,5$, то нулевую гипотезу о нормальном распределении принимаем.

Построим доверительный интервал для математического ожидания гипотетического закона распределения СВ X. Для этого по таблице распределения Стьюдента для заданной доверительной вероятности 1–α=0,95 и числу степеней свободы $\nu=n$–1=49 находим квантиль $t_{0,95;49} = 2,009$. Тогда подставляя значения $t_{\alpha/2;\nu}$,S и n в формулу

$$\overline{X}-t\frac{S}{\sqrt{n}}<m<\overline{X}+t\frac{S}{\sqrt{n}},$$

найдём доверительный интервал для математического ожидания: $28{,}1<m<37{,}1$.

4 Варианты контрольных заданий

Задача 1. В трех отделах фирмы работает m, n и p человек соответственно (см. таблицу 5). Начальник имеет возможность поощрить 3 человек премиями одинакового размера. Какова вероятность того, что все они окажутся работающими в разных отделах? в одном отделе?

Таблица 5

Номер варианта	m	n	p
1	2	2	6
2	2	3	7
3	2	4	6
4	2	5	7
5	3	4	6
6	3	5	6
7	3	6	6
8	4	4	6
9	4	5	6
10	4	6	7

Задача 2. По информации аналитиков прибыль предприятия после реализации продукции на рынке сбыта может существенно зависеть от 4 форс-мажорных причин (снижение цен на реализуемую продукцию, скачок цен на конвертируемую валюту, появление активной конкуренции в сегменте рынка и т. д.). Особенности политики фирмы таковы, что выгодным для предприятия считается состояние рынка, при котором происходит менее трех форс-мажоров. Составить событие и найти его вероятность, учитывая, что состояние рынка выгодно для предприятия, если вероятности наступления каждого из форс-мажорных обстоятельств равны p_1; p_2; p_3; p_4 соответственно (см. таблицу 6).

Таблица 6

Номер варианта	p_1	p_2	p_3	p_4
1	0,1	0,3	0,2	0,4
2	0,1	0,2	0,4	0,4
3	0,1	0,1	0,5	0,4
4	0,2	0,2	0,4	0,3
5	0,1	0,1	0,3	0,3
6	0,1	0,3	0,3	0,4
7	0,3	0,2	0,3	0,4
8	0,2	0,3	0,3	0,3

9	0,1	0,1	0,4	0,5
10	0,4	0,4	0,5	0,2

Задача 3. Маркетинговый отдел производственного предприятия имеет договора о реализации продукции с 4 торговыми предприятиями. Для реализации товара предприятие может обратиться к каждому из торговых предприятий с вероятностью $p(H_1)$, $p(H_2)$, $p(H_3)$, $p(H_4)$ соответственно. При этом особенности рынка сбыта таковы, что торговые предприятия могут реализовать всю поставленную партию целиком с вероятностью p_1; p_2; p_3; p_4 соответственно. Найти вероятность того, что вся продукция производственного предприятия была реализована; указать предприятие, которое вероятнее всего реализовало продукцию. Данные задачи взять в таблице 7.

Таблица 7

Номен варианта	$p(H_1)$	$p(H_2)$	$p(H_3)$	$p(H_4)$	p_1	p_2	p_3	p_4
1	0,1	0,3	0,2	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,3	0,5	0,1	0,1	0,6	0,8	0,7	0,9
3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,6	0,9	0,8	0,7
4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,7	0,9	0,7	0,8
5	0,2	0,4	0,1	0,3	0,7	0,6	0,8	0,9
6	0,4	0,1	0,3	0,2	0,7	0,8	0,7	0,9
7	0,3	0,4	0,1	0,2	0,8	0,6	0,5	0,8
8	0,2	0,1	0,2	0,5	0,8	0,8	0,9	0,4
9	0,2	0,3	0,1	0,4	0,6	0,7	0,5	0,9
10	0,3	0,1	0,4	0,2	0,8	0,6	0,7	0,9

Задача 4. При начислении заработной платы одному работнику сотрудник бухгалтерии ошибается с вероятностью p. На предприятии работает n человек. Определить вероятность того, что при начислении заработной платы сотрудником бухгалтерии будет сделано не более k ошибок. Данные задачи взять из таблицы 8.

Таблица 8

Номер варианта	p	n	k
1	0,002	1500	2
2	0,001	1400	2
3	0,002	1800	3
4	0,003	1000	2
5	0,002	1600	3
6	0,002	1600	2
7	0,001	2000	3
8	0,001	3000	3
9	0,002	3000	3
10	0,002	2000	3

Задача 5. Составить случайную величину по условию задачи 2 - количество форс-мажорных обстоятельств, фактически повлиявших на состояние рынка, найти ее числовые характеристики.

Задача 6. По результатам обследования 50 пунктов кредитования населения получена информация об общих суммах кредитов, выданных в течение квартала (Таблица 9):

Таблица 9

Номер варианта	Суммы кредитов						
	До 10 млн.р.	От 10 до 20 млн.р.	От 20 до 30 млн.р.	От 30 до 40 млн.р.	От 40 до 50 млн.р.	От 50 до 60 млн.р.	От 60 до 70 млн.р.
1	4	7	11	13	8	4	3
2	3	6	14	13	9	3	2
3	5	6	10	11	8	6	4
4	4	4	8	12	10	7	5
5	4	5	9	11	8	7	6
6	3	6	7	10	11	9	4
7	3	5	6	9	10	9	8
8	5	7	8	10	8	6	6
9	5	8	12	8	7	5	5
10	3	6	9	10	8	8	6

По данному статистическому материалу определить: среднюю сумму кредитов, выданную одним отделом кредитования; изобразить гистограмму частот; выяснить, адекватно ли эмпирическое распределение нормальному; определить границы доверительного интервала, с надежностью 0,95 покрывающего выборочное среднее.

Список литературы

1 **Гмурман, В. Е.** Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 10-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2005. – 404 с.

2 **Савич, Л. К.** Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Л. К. Савич, Н. А. Смольская. - Минск: Адукацыя і выхаванне, 2006. – 208 с.

3 **Белько, И. В.** Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи: учеб. пособие / И. В. Белько, Г. П. Свирид ; под ред. К. К. Кузьмича. - Минск: Новое знание, 2002. – 250 с.

4 **Горелова, Г. В.** Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel: учеб. пособие / Г. В. Горелова, И. А. Кацко. - 4-е изд. - Ростов н/Д : Феникс, 2006. – 475 с.