ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Высшая математика»

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации к самостоятельной работе для студентов, обучающихся по белорусским и российским образовательным программам

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Могилев 2015

УДК 517
ББК 22.1
В 93

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Высшая математика» «28» апреля 2015 г., протокол № 8

Составители: Л. В. Варфоломеева; С. А. Скрыган;
Л. И. Сотская; Т. И. Червякова

Рецензент И. Д. Камчицкая

Методические рекомендации содержат варианты заданий для самостоятельной работы по теме «Введение в математический анализ» и указания к решению задач.

Учебно-методическое издание

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКА

Ответственный за выпуск	В. Г. Замураев
Технический редактор	А. А. Подошевко
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать 29.09.2015. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,9. Тираж 56 экз. Заказ № 612.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 24.01.2014.
Пр. Мира, 43, 212000, Могилев.

Содержание

1 Предел последовательности

1.1 Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

1 $a_n = \dfrac{3n+1}{4n-1}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

2 $a_n = \dfrac{2n+1}{5n-4}$, $a = \dfrac{2}{5}$.

3 $a_n = \dfrac{n^3+1}{4n^3-1}$, $a = \dfrac{1}{4}$.

4 $a_n = -\dfrac{3n}{2n-1}$, $a = -\dfrac{3}{2}$.

5 $a_n = \dfrac{3n^2+1}{4n^2-5}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

6 $a_n = \dfrac{3n^3}{4n^3-1}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

7 $a_n = \dfrac{3-n^2}{4+3n^2}$, $a = -\dfrac{1}{3}$.

8 $a_n = \dfrac{4n-3}{3-2n}$, $a = -2$.

9 $a_n = \dfrac{3n+7}{4n-1}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

10 $a_n = \dfrac{4n+3}{2n-1}$, $a = 2$.

11 $a_n = \dfrac{7n-2}{n-2}$, $a = 7$.

12 $a_n = \dfrac{5n+2}{3n-1}$, $a = \dfrac{5}{3}$.

13 $a_n = \dfrac{3n+2}{1-5n}$, $a = -\dfrac{3}{5}$.

14 $a_n = \dfrac{3n^2+1}{5n^2-1}$, $a = \dfrac{3}{5}$.

15 $a_n = \dfrac{4-3n}{1-4n}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

16 $a_n = \dfrac{3n+1}{3-4n}$, $a = -\dfrac{3}{4}$.

17 $a_n = \dfrac{2-3n^2}{2-5n^2}$, $a = \dfrac{3}{5}$.

18 $a_n = \dfrac{12n-1}{4n-1}$, $a = 3$.

19 $a_n = \dfrac{7n+1}{3n+2}$, $a = \dfrac{7}{3}$.

20 $a_n = \dfrac{3n^2-1}{4n^2-3}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

21 $a_n = \dfrac{2-3n^2}{3n^2-1}$, $a = -1$.

22 $a_n = \dfrac{4n+10}{5n-1}$, $a = \dfrac{4}{5}$.

23 $a_n = \dfrac{n}{4n-3}$, $a = \dfrac{1}{4}$.

24 $a_n = \dfrac{3n+1}{2-n}$, $a = -3$.

25 $a_n = \dfrac{3n+1}{4n-1}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

26 $a_n = \dfrac{5n+2}{4n-1}$, $a = \dfrac{5}{4}$.

27 $a_n = \dfrac{2+3n}{4n-3}$, $a = \dfrac{3}{4}$.

28 $a_n = \dfrac{3n+5}{1-5n}, \ a = -\dfrac{3}{5}.$ **29** $a_n = \dfrac{3n^2+1}{2-7n^2}, \ a = -\dfrac{3}{7}.$ **30** $a_n = \dfrac{3n^2+1}{4n^2-5}, \ a = \dfrac{3}{4}.$

1.2 Найти предел числовых последовательностей.

1

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2-n)^2+(2+n)^2}{(2-n)^2-(2+n)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-2})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$.

2

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2-n)^4+(1-n)^4}{(1-n)^4-(1+n)^4}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} n(\sqrt{n(n-2)}-\sqrt{n^2-3})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+4)!-(n+2)!}{(n+3)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n+3}{2n+4}\right)^{n+1}$.

3

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2-n)^4-(4-n)^4}{(1-n)^3-(1+n)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+3}-n\right)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3n-1)!+(3n+1)!}{(3n)!\,(n-1)}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2-2}{n^2}\right)^{n^4}$.

4

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(1-n)^4-(2+n)^4}{(1+n)^3-(2-n)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{(n^2+2)(n^2-3)}-\sqrt{n^4-9})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!-(2n+2)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n-1}{n+3}\right)^{n+3}$.

5

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(5-n)^2-(6+n)^2}{(5+n)^2-(1-n)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{(n+1)(n+2)}-n\right)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!+(n+2)!}{(n-1)!+(n+2)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2n^2+3}{2n^2+5}\right)^{n^2}$.

6

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n+1)^2}{(n-4)^3-(n+4)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2-n+2}-n)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n-1)!+(2n+1)!}{(2n)!(n-1)}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2-n+7}{3n^2+2n-1}\right)^{-n+1}$.

7

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+3n)^2+9n^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2+3}\right)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n!+(n+2)!}{(n-1)!+3(n+2)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-3n+1}{n^2+5n+2}\right)^{n/2}$.

8

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-2n)^2}{(n-2)^3-(n+2)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n(n-2)}-\sqrt{n^2-2n+3})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+5)!-(n+3)!}{(n+5)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-5}{n+3}\right)^{3n+1}$.

9

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-2n)^3}{(n+1)^2-(n+1)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-1}-n\right)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n(n+2)!+2(n+1)!}{2(n+3)!-(n+1)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n+1}{6n+4}\right)^{3n-1}$.

10

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2+(n-1)^2-(n+3)^3}{(4-n)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}n^2(\sqrt{n(n^4-2)}-\sqrt{n^5+2})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!-n!}{3(n^2+1)(n-1)!}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2+4n-1}{5n^2-2n+7}\right)^{4n+5}$.

11

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3n+1)^3+(n+2)^3}{(n+4)^3+(2n+5)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}n^2(\sqrt[3]{5+2n^3}-\sqrt[3]{1+2n^3})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^n-2^n}{3^{n-1}+2^n}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+2n+7}{2n^2+2n+3}\right)^n$.

12

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-3)^3+(n+4)^3}{(n+3)^4-(n-4)^4}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt[3]{(n-2)^2}-\sqrt[3]{(n-3)^2})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+7^n}{2^n-7^{n-1}}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-7}{n+2}\right)^{n^2}$.

13

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-2)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{(n-1)^3}-\sqrt{n(n-2)(n-3)}}{\sqrt{n}}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-5^{n+1}}{2^{n+1}+5^{n+2}}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2+2n-1}{5n^2+3n+2}\right)^{n}$.

14

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^3-2n}{(n+1)^4-(n-2)^4}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n-1}-\sqrt{n^2-2})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^{n+1}+2\cdot 4^n}{4^{n+1}-5}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n+1}{3n-1}\right)^{3n+1}$.

15

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+3)^3-(n+1)^3}{(2n+3)^2+(n+3)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2})$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7^n+10\cdot 9^{n+1}}{5\cdot 10^{n-1}+7^{n+2}}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+5n-1}{2n^2+3n-2}\right)^{-n^3}$.

16

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n-3)^3-(n+5)^3}{(3n-1)^3+(2n+3)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n(n^5+9)}-\sqrt{n^2(n^4-2)}}{n}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{7\cdot 5^n-2^n}{5^n+2^n}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-4}{n+5}\right)^{n+4}$.

17

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2+(2n+1)^2}{(n+3)^3-(n+1)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n(4n+5)}-2n)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n+2^n}{3^n+1}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3+2}{n^3-1}\right)^{n-n^3}$.

18

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+4)^3+(3n+1)^3}{(2n+1)^3-(n-6)^3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^3+8}\left(\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n^3-2}\right)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5\cdot 3^n}{3^n+2}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n-7}{2n^2+8n+9}\right)^{2n+1}$.

19

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+6)^3-(n+2)^3}{(n+2)^2+(4n+1)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{\left(n^3+1\right)\left(n^2+3\right)}-\sqrt{n\left(n^4+2\right)}}{2\sqrt{n}}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4\cdot 3^n-2^n}{3^{n-1}+2^n}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{10n-3}{10n+7}\right)^{5n}$.

20

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n-1)^3-(2n+3)^3}{(2n+1)^2+(2n-3)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^2(n^2-2)}\right)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+3+5+...+(2n-1)}{n+1}-\dfrac{2n+1}{2}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+4n}{3n^2-5n+2}\right)^{n+1}$.

21

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-(2n-1)^3}{(n+2)^4-n^4}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{(n^5-2)n^2}-n\sqrt{n^5-2n}}{n}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{1+2+3+...+n}-\dfrac{2}{3}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n-7}{5n+1}\right)^{-2n^2}$.

22

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+3)^4-(n-3)^4}{(n+5)^2+(n-5)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{(n^4+2)(n^2-1)}-\sqrt{n^6-5}}{n}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1+5+9+...+(4n-3)}{n+1}-\dfrac{4n+1}{2}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-3n+5}{n^2-5n+1}\right)^{n+2}$.

23

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^4-(n-1)^4}{(n+2)^3+(n-1)^3}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2+4+...+2n}{n+3}-n\right)$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(2n-\sqrt{4n(n-1)})$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-5}{n+2}\right)^{3n}$.

24

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3-(n-3)^3}{(n+4)^2-(n-1)^2}$.;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3+6+9+...+3n}{n^2+4}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}n^3\left(\sqrt[3]{n^2(n^6-5)}-\sqrt[3]{n^8-3}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{7n^2+12n-15}{7n^2+n+15}\right)^{n-2}$;

25

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^3-(2n-1)^3}{(n+1)^2+(n-2)^2}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+4+6+...+2n}{1+3+5+...+(2n-1)}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}(n\sqrt{n}-\sqrt{n(n-1)(n+2)})$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-5}{2n+1}\right)^{n+5}$.

26

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^3+(n-1)^3}{n^3+2n^2-1}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+\sqrt{n}-1}{2+7+12+...+(5n-3)}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{n^2}-\sqrt[3]{n(n-1)})$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n+1}{2n+2}\right)^{2n-3}$.

27

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3+(2n-1)^2}{2n^3-3n}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+...+n}{n-n^2+3}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n+2}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-2}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{9n+2}{9n-10}\right)^{n-3}$.

28

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^3+(n-1)^3}{7n^3+n}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+4+7+...+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}n\left(\sqrt{n^4-1}-\sqrt{n^4-2}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n+3}{4n+1}\right)^{3n-7}$.

29

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2-(3n-2)^2}{(n+3)^2}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{1+2+3+\ldots+n}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^2(n-1)}\left(\sqrt{n^3-1}-\sqrt{n^3-2}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n-7}\right)^{n+6}$.

30

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n-1)^2-(n-2)^2}{(2n+1)^2}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\ldots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^3-3}\left(\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n^3-1}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n-1}{2n-7}\right)^{n+2}$.

2 Предел функции

2.1 Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$).

1 $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2+x-2}{x+2}=-3$.

2 $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{x^2-6x-7}{x-7}=8$.

3 $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+5x+6}{x+3}=-1$.

4 $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2-2x-8}{x-4}=6$.

5 $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+5x+4}{x+4}=-3$.

6 $\lim\limits_{x\to-7}\dfrac{x^2+5x-14}{x+7}=-9$.

7 $\lim\limits_{x\to8}\dfrac{x^2-9x+8}{x-8}=7$.

8 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2+2x-3}{x-1}=4$.

9 $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{x^2+x-12}{x+4}=-7$.

10 $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2+4x-5}{x+5}=-6$.

11 $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-x-6}{x+2}=-5$.

12 $\lim\limits_{x\to-9}\dfrac{x^2+8x-9}{x+9}=-10$.

13 $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^2-3x-40}{x+5}=-13$.

14 $\lim\limits_{x\to-7}\dfrac{x^2+9x+14}{x+7}=-5$.

15 $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^2+2x-24}{x+6}=-10$.

16 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+6x-7}{x-1}=8$.

17 $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2-3x-28}{x+4}=-11$.

18 $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+7x+10}{x+5}=-3$.

19 $\lim\limits_{x\to -8}\dfrac{x^2+7x-8}{x+8}=-9$.

20 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+5x-36}{x-4}=13$.

21 $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-7x-18}{x+2}=-11$.

22 $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2-16}{x+4}=-8$.

23 $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-9x+14}{x-7}=5$.

24 $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+4x-12}{x-2}=8$.

25 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-7x+12}{x-4}=1$.

26 $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-5x-14}{x-7}=9$.

27 $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-3x-18}{x-6}=9$.

28 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+6x-27}{x-3}=12$.

29 $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+6x+8}{x+4}=-2$.

30 $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-4x-45}{x+5}=-14$.

2.2 Найти предел функции.

1

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2}{\left(x^2+1\right)^2}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{2x^2+3x-2}{2x^2+7x-4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$;

г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{2x-2}-\sqrt{x+1}}$;

д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\cdot \operatorname{tg} 2x}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-2x}$.

2

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-4x+3x^2}{6x^2+2x-4}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{3}{2}}\dfrac{2x^2+x-6}{2x^2+5x-12}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-x^2-x+1}$;

г) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$;

д) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\pi-2x}$;

е) $\lim\limits_{x\to2}(2x-3)^{\frac{3x}{x-2}}$.

3

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-x^3+4x^6}{2x^5-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{2}{3}}\dfrac{3x^2-11x+6}{3x^2+4x-4}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3-3x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$;

д) $\lim\limits_{x\to1}(1-x)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$;

е) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-4)\big(\ln(2-3x)-\ln(5-3x)\big)$.

4

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+7x-2}{3-4x+6x^3}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{2}{3}}\dfrac{3x^2+7x-6}{3x^2-8x+4}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2\frac{x}{4}}{x^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to1}(3-2x)^{\frac{x}{1-x}}$.

5

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)$;

б) $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}}\dfrac{2x^2+5x+2}{2x^2+7x+3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}$;

г) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos3x}{x^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}(2x-3)\big(\ln(x+2)-\ln x\big)$.

6

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{2x^2+7x-4}{2x^2-7x+3}$;

в) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-5x^2+8x-4}{x^3-3x^2+4}$;

г) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$;

д) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{\sin(x-1)}$;

е) $\lim\limits_{x\to0}\left(1+\operatorname{tg}^2\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{2x}}$.

7

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{2x^2-5x+2}{2x^2+9x-5}$;

в) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^3-3x^2+4}$;

г) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x-1}-\sqrt{2x-3}}{x^2-12x+20}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{\operatorname{tg} x}\right)$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-4}{3x+2}\right)^{\frac{x+1}{3}}$.

8

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2+1}-x\right)$;

б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^2-x-15}{2x^2-5x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+7x^2+16x+12}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to1}\left(2-x^2\right)^{\frac{x}{1-x}}$.

9

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}}$;

б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x^2+9x+10}{2x^2+5x+2}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{(x^2-x-2)^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg} x-\sin x}{x^3}$;

е) $\lim\limits_{x\to1}\left(3-2x\right)^{\frac{x}{1-x}}$.

10

а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6x-5}{1+\sqrt{x^2+3}}$;

б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+x-2}{3x^2-x-4}$;

в) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-3x-2}{x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$;

д) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+1}{\sin(x+1)}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{3x+1}$.

11

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^2+3x+1}{x^3-x^2-x}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{2}{3}}\dfrac{3x^2-23x+14}{3x^2+16x-12}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2+2x+1}$;

г) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sqrt{x+4}-2}$;

е) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{\frac{5}{x-2}}$.

12

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{10+x\sqrt{x}}$;

б) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{3x^2+8x-35}{2x^2+15x+25}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$;

г) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 5x}$;

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+3)\big(\ln(x+2)-\ln x\big)$.

13

а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-5}{1+\sqrt{x^2+2}}$;

б) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{3x^2+5x-28}{2x^2+3x-20}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$;

г) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$;

д) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{2x+5}$.

14

а) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2-2}}{4x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3x^2+4x-15}{2x^2+3x-9}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^2-x-6}{\sqrt{3x+8}-\sqrt{4+x}}$;

д) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\cos x-\cos a}{x-a}$;

е) $\lim\limits_{x\to0}(1+\operatorname{tg} x)^{3\operatorname{ctg} x}$.

15

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{\sqrt[3]{x^3+10}}$;

б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x^2-3x-14}{3x^2+8x+4}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-x-1}{x^3+2x^2-x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$;

д) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\operatorname{tg}\pi x}{x+2}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+8}{x-2}\right)^{x+5}$.

16

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^2-5x+1}{5x^5+2x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{3x^2-5x-12}{2x^2+3x-27}$;

в) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^3+4x^2+3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos 3x-1}{x\cdot\operatorname{tg} 2x}$;

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x-2)\big(\ln(2x-1)-\ln(2x+1)\big)$.

17

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^5-3x^3+10}{3x^2-5x^5}$;

б) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{2x^2-13x-7}{4x^2-29x+7}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-2x-1}{x^4+2x+1}$;

г) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos^5 x}{x^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos x)}{x^2}$.

18

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}$;

б) $\lim\limits_{x\to-6}\dfrac{2x^2+9x-18}{3x^2+17x-6}$;

в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x^2+x^5}$;

г) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$;

е) $\lim\limits_{x\to1}(2-x)^{\frac{2x}{1-x}}$.

19

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+1}{3-4x^2+8x^4}$;

б) $\lim\limits_{x\to-6}\dfrac{2x^2+9x-18}{3x^2+17x-6}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$;

г) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 4x}{1-\cos 8x}$;

е) $\lim\limits_{x\to-\infty}(3-x)\big(\ln(1-x)-\ln(2-x)\big)$.

20

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+4x-8}{(x+1)^3}$;

б) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2+7x-9}{3x^2-10x+7}$;

в) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^3+7x^2+15x+9}{x^3+8x^2+21x+18}$;

г) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\,\mathrm{tg}\,3x}{\cos x-\cos^3 x}$;

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}(3x+5)\big(\ln(x+5)-\ln x\big)$.

21

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x+1)(x+4)}{1+x+x^2}$;

б) $\lim\limits_{x\to-\frac{2}{3}}\dfrac{3x^2-4x-4}{3x^2-19x-14}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$;

г) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}x\,\mathrm{ctg}\,3x$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^x$.

22

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^3+3x+1}{x^2+x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{3x^2-8x-35}{2x^2-13x+15}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{x+x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$;

д) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\cos\frac{\pi x}{2}}{1-\sqrt{x}}$;

е) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x}{2}\right)^{\frac{1}{x-2}}$.

23

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-6x^2+1}{2-4x-2x^4}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}}\dfrac{4x^2+7x-2}{4x^2-5x+1}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x^2+3x+2)^2}{x^3+2x^2-x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^2-7x+3}{\sqrt{4-x}-\sqrt{x-2}}$;

д) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\operatorname{tg}(x-1)}{x^2-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+9}{x-2}\right)^{x+4}$.

24

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1}$;

б) $\lim\limits_{x\to-\frac{3}{4}}\dfrac{4x^2+7x+3}{4x^2-5x-6}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(2x^2-x-1)^2}{x^3+2x^2-x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg}x-\sin x}{x^3}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{x}$.

25

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2+5}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{2}{5}}\dfrac{5x^2+8x-4}{5x^2-7x+2}$;

в) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}5x\operatorname{ctg}3x$;

е) $\lim\limits_{x\to3}(3x-8)^{\frac{2}{x-3}}$.

26

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{2}{5}}\dfrac{5x^2+13x-6}{5x^2-22x+8}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$;

г) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos4x}{2x\operatorname{tg}2x}$;

е) $\lim\limits_{x\to2}(3x-5)^{\frac{2x}{x^2-4}}$.

27

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{3x^3+x-5}$;

б) $\lim\limits_{x\to-\frac{3}{5}}\dfrac{5x^2-7x-6}{5x^2-2x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+x^3)-(1+3x)}{x+x^5}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{tg}^2\dfrac{x}{2}}{x^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to1}\left(7-6x\right)^{\frac{x}{3x-3}}$.

28

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$;

б) $\lim\limits_{x\to\frac{5}{2}}\dfrac{2x^2-x-10}{2x^2-7x+5}$;

в) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos6x}{1-\cos2x}$;

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-5\right)\left(\ln\left(x-3\right)-\ln x\right)$.

29

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+6x-5}{5x^2-x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{3x^2-20x-7}{2x^2-9x-35}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{x^2-x-2}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2\operatorname{ctg}2x}{\sin3x}$;

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+1\right)\left(\ln\left(x+3\right)-\ln x\right)$.

30

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-2x^2}{3x^2+x-2}$;

б) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{3x^2+22x+35}{2x^2+3x-35}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3+5x^2+7x+3}{x^3+4x^2+5x+2}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$;

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{|x|}$;

е) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x$.

2.3 Исследовать функцию на непрерывность, установить тип точек разрыва. Сделать схематический чертёж.

1 а) $f\left(x\right)=2^{\frac{1}{x+3}}$;

б) $f(x)=\begin{cases} x^2+2, & x\le1, \\ 2x, & 1<x\le3, \\ x+3, & x>3. \end{cases}$

2 а) $f(x)=3^{\frac{2}{x+5}}$; б) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & x<0, \\ x, & 0\le x<2, \\ 5, & x\ge 2. \end{cases}$

3 а) $f(x)=9^{\frac{1}{x+7}}$; б) $f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 1, \\ 2x, & 1<x\le 3, \\ x+2, & x>3. \end{cases}$

4 а) $f(x)=10^{\frac{1}{x-6}}$; б) $f(x)=\begin{cases} 2x^2, & x\le 0, \\ x, & 0<x\le 1, \\ 2, & x>1. \end{cases}$

5 а) $f(x)=8^{\frac{3}{x-2}}$; б) $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ \operatorname{tg}x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2}, \\ x, & x\ge\dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$

6 а) $f(x)=\dfrac{4}{4-x^2}$; б) $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x\le 0, \\ 1-x, & 0<x\le 2, \\ x^2, & x>2. \end{cases}$

7 а) $f(x)=3^{\frac{1}{x-2}}$; б) $f(x)=\begin{cases} \sin x, & x<0, \\ x, & 0\le x\le 2, \\ 0, & x>2. \end{cases}$

8 а) $f(x)=e^{\frac{1}{1+x}}$; б) $f(x)=\begin{cases} 3x, & 0\le x\le 1, \\ 2x-1, & 1<x\le 2, \\ 7-2x, & 2<x\le 3. \end{cases}$

9 а) $f(x)=e^{-\frac{1}{x}}$; б) $f(x)=\begin{cases} x^2, & 0\le x\le 1, \\ 2-x, & 1<x\le 2, \\ x, & x>2. \end{cases}$

10 а) $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$; б) $f(x)=\begin{cases} 2x^2, & x\le 0, \\ x, & 0<x\le 1, \\ 2, & x>1. \end{cases}$

11 а) $f(x)=4^{\frac{1}{x-3}}$; б) $f(x)=\begin{cases} \cos x, & x\le \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2}<x<\pi, \\ \frac{\pi}{2}, & x\ge \pi. \end{cases}$

12 а) $f(x)=7^{\frac{2}{x-6}}$; б) $f(x)=\begin{cases} x, & x\le 0, \\ 1-x, & 0<x\le 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x>1. \end{cases}$

13 а) $f(x)=5^{\frac{1}{x}}$; б) $f(x)=\begin{cases} x-1, & x\le 0, \\ x^2, & 0<x<2, \\ 2x, & x\ge 2. \end{cases}$

14 а) $f(x)=e^{\frac{1}{x-5}}$; б) $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}, & x<0, \\ x, & 0\le x<2, \\ 3, & 2\le x\le 3. \end{cases}$

15 а) $f(x)=e^{\frac{6}{x+1}}$; б) $f(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0, \\ \mathrm{tg}x, & 1<x<\frac{\pi}{2}, \\ x-2, & x\ge \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

16 а) $f(x)=16^{\frac{2}{x-4}}$; б) $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x\le 0,\\ 1-x, & 0<x\le 2,\\ x^2, & x>2.\end{cases}$

17 а) $f(x)=25^{\frac{1}{x-8}}$; б) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & x\le 0,\\ 1, & 0<x\le 2,\\ x-2, & x>2.\end{cases}$

18 а) $f(x)=10^{\frac{1}{x-6}}$; б) $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x<2,\\ 2x-1, & x\ge 2.\end{cases}$

19 а) $f(x)=6^{\frac{1}{x-3}}$; б) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x^2}, & x\le 1,\\ 0, & 1<x<3,\\ x+2, & x\ge 3.\end{cases}$

20 а) $f(x)=2^{\frac{1}{x+5}}$; б) $f(x)=\begin{cases}x-3, & x<0,\\ x+1, & 0\le x\le 4,\\ 5, & x>4.\end{cases}$

21 а) $f(x)=5^{\frac{2}{x-4}}$; б) $f(x)=\begin{cases}x^2+3, & x\le 1,\\ 2x, & 1<x\le 3,\\ 6, & x>3.\end{cases}$

22 а) $f(x)=\dfrac{x^2}{x-2}$; б) $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ x, & 0\le x\le 2,\\ 2, & x>2.\end{cases}$

23 а) $f(x)=\dfrac{x}{\sin x}$; б) $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x\le 0,\\ 1, & 0<x<3,\\ x+3, & x\ge 3.\end{cases}$

24 а) $f\left(x\right)=\dfrac{x}{x+2}$; б) $f(x)=\begin{cases}x^2+2, & x\le 1,\\ 2x, & 1<x\le 3,\\ 3+x, & x>3.\end{cases}$

25 а) $f\left(x\right)=9^{\frac{1}{2-x}}$; б) $f(x)=\begin{cases}x+4, & x<-1,\\ x^2+2, & -1\le x<1,\\ 2x, & x\ge 1.\end{cases}$

26 а) $f\left(x\right)=4^{\frac{1}{3-x}}$; б) $f(x)=\begin{cases}x^2+3, & x\le 1,\\ 2x, & 1<x\le 3,\\ 6, & x>3.\end{cases}$

27 а) $f\left(x\right)=12^{\frac{1}{x}}$; б) $f(x)=\begin{cases}-2x, & x\le 0,\\ \sqrt{x}, & 0<x<4,\\ 1, & x\ge 4.\end{cases}$

28 а) $f\left(x\right)=3^{\frac{1}{4-x}}$; б) $f(x)=\begin{cases}-x, & x<0,\\ x^2+1, & 0\le x<2,\\ 5, & x>2.\end{cases}$

29 а) $f\left(x\right)=13^{\frac{1}{5+x}}$; б) $f(x)=\begin{cases}\cos x, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x<2,\\ 3, & x\ge 2.\end{cases}$

30 а) $f\left(x\right)=11^{\frac{1}{4+x}}$; б) $f\left(x\right)=\begin{cases}-x^2, & x\le 0,\\ \mathrm{tg}x, & 0<x\le \dfrac{\pi}{4},\\ 3, & x>\dfrac{\pi}{4}.\end{cases}$

3 Бесконечно малые

3.1 Доказать, что функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ при $x \to 0$ являются бесконечно малыми одного порядка малости.

1	$f(x) = 1 - \cos 8x$,	$\varphi(x) = 3x^2$.
2	$f(x) = \sqrt{4 - x} - 2$,	$\varphi(x) = 2x$.
3	$f(x) = \arcsin 3x$,	$\varphi(x) = \sin 6x$.
4	$f(x) = \sin^2 3x$,	$\varphi(x) = x^2 - x^4$.
5	$f(x) = \mathrm{tg}\, 5x$,	$\varphi(x) = \arcsin 3x$.
6	$f(x) = \sqrt{9 + x} - 3$,	$\varphi(x) = 5x$.
7	$f(x) = \arcsin 3x$,	$\varphi(x) = \sin 6x$.
8	$f(x) = \sin 8x + \sin 2x$,	$\varphi(x) = 5x$.
9	$f(x) = \dfrac{x^3}{5 + x}$,	$\varphi(x) = \dfrac{2x^3}{x + 2}$.
10	$f(x) = \cos 5x - \cos 7x$,	$\varphi(x) = x^2$.
11	$f(x) = 1 - \cos 8x$,	$\varphi(x) = x \cdot \sin 4x$.
12	$f(x) = \sin(x^2 + 2x)$,	$\varphi(x) = x^4 + 8x$.
13	$f(x) = \sin 7x - \sin x$,	$\varphi(x) = 2x$.
14	$f(x) = \dfrac{2x^5}{3 - x}$,	$\varphi(x) = x^5$.
15	$f(x) = \sqrt[3]{1 + x} - 1$,	$\varphi(x) = 3x$.
16	$f(x) = \mathrm{arctg}^2\, x$,	$\varphi(x) = 3x^2$.
17	$f(x) = 3x - x^2$,	$\varphi(x) = \dfrac{5x}{3 - x}$.

18 $f(x)=7x$, $\varphi(x)=\mathrm{arctg}3x$.

19 $f(x)=\cos x-\cos^3 x$, $\varphi(x)=6x^2$.

20 $f(x)=\cos x-\cos 5x$, $\varphi(x)=2x^2$.

21 $f(x)=\sin 5x$, $\varphi(x)=\mathrm{arctg}\,2x$.

22 $f(x)=\mathrm{arctg}\,3x$, $\varphi(x)=\ln(1+2x)$.

23 $f(x)=2x^2-3x$, $\varphi(x)=\mathrm{arctg}6x$.

24 $f(x)=\sin^2 3x-\sin^2 x$, $\varphi(x)=x^2$.

25 $f(x)=1-\cos^2 x$, $\varphi(x)=x\cdot\mathrm{tg}\,x$.

26 $f(x)=\arcsin 5x$, $\varphi(x)=x^2-x$.

27 $f(x)=\dfrac{x^2}{7+x}$, $\varphi(x)=3x^3-x^2$.

28 $f(x)=\sqrt{16+x}-4$, $\varphi(x)=\sin 2x$.

29 $f(x)=\mathrm{tg}^2 4x$, $\varphi(x)=\sin^2 3x$.

30 $f(x)=x\cdot\sqrt{1-\cos 4x}$, $\varphi(x)=\sin^2 x$.

3.2 Найти предел, используя таблицу эквивалентностей.

1 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\pi-2x}$.

2 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\sin x}{arctg^2 2x}$.

3 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}}{\ln(1-x)}$.

4 $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{4x^2-1}{\arcsin(1-2x)}$.

5 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sin(x-3)}{x^2-4x+3}$.

6 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{arctg}\dfrac{7x}{4}}{e^{-2x}-1}$.

7 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{x^2}$.

8 $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{\ln x-1}{x-e}$.

9 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cdot\operatorname{tg}x\right)$.

10 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin 2x}$.

11 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 12x}{\ln(1+4x)}$.

12 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 10x}{e^{x^2}-1}$.

13 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}$.

14 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$.

15 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2^x-1}{\ln(1+2x)}$.

16 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$.

17 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{(e^{3x}-1)^2}$.

18 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x^2+1)}{1-\sqrt{x^2+1}}$.

19 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos 4x-\cos 6x}{3x^2}$.

20 $\lim\limits_{x\to 1}\frac{e^x-e}{x-1}$.

21 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$.

22 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{arctg}x^2}{\arcsin 3x}$.

23 $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$.

24 $\lim\limits_{x\to e}\frac{\ln x^3-3}{x-e}$.

25 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{x\cdot\sin 3x}$.

26 $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sin(x-5)}{x^2-8x+15}$.

27 $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{\operatorname{tg}(x-2)}$.

28 $\lim\limits_{x\to -3}\frac{\operatorname{tg}(x+3)}{x^2-9}$.

29 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{4x}-1}{\operatorname{tg}2x}$.

30 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 2x}{2^{-3x}-1}\cdot\ln 2$.

4 Методические указания к решению задач

Задача 1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$, если $a_n=\frac{2n}{n+7}$, $a=2$.

Решение

По определению число $a=2$ будет пределом последовательности $a_n=\frac{2n}{n+7}$, если для $\forall\varepsilon>0$ найдется натуральное число n_ε такое, что для всех $n>n_\varepsilon$ выполняется неравенство $|a_n-a|<\varepsilon$. Так как

$$|a_n - 2| = \left|\frac{2n}{n+7} - 2\right| = \left|\frac{2n - 2n - 14}{n+7}\right| = \frac{14}{n+7},$$

то

$$\frac{14}{n+7} < \varepsilon \ \Rightarrow \ n + 7 > \frac{14}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad n > \frac{14}{\varepsilon} - 7.$$

Таким образом, по заданному ε указано соответствующее значение $n_\varepsilon = \left[\frac{14}{\varepsilon} - 7\right] + 1$. Это доказывает, что число 2 есть предел рассматриваемой последовательности.

Допустим $\varepsilon = 10^{-3}$, тогда $n_\varepsilon = \frac{14}{10^{-3}} - 7 = 13993$.

Задача 2. Найти предел числовой последовательности:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^3}{n^2 + n + 1}$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{((n+1)!)^2 (2n)!}{(2(n+1))!\,(n!)^2}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2 \cdot 6^n - 5^n}{6^{n-1} + 2^n}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{6n^2 + 2}{1 + 2 + 3 + \ldots + n}$;

д) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)} - \sqrt{n^6 - 3n^3 + 5}}{n}$;

е) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3}\right)^{1-2n}$.

Решение :

а) $$\lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^3}{n^2 + n + 1} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{-n^3 + n^2 + n}{n^2 + n + 1} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^3\left(-1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}{n^3\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3}\right)} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{-1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3}} = \left[\ \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} = 0, \quad \alpha > 0\right] = -\infty;$$

$$\text{б)}\lim_{n\to\infty}\frac{((n+1)!)^2(2n)!}{(2(n+1))!\,(n!)^2}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{(n!)^2(n+1)^2(2n)!}{(2n)!(2n+1)(2n+2)(n!)^2}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{(2n+1)(2n+2)}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{4n+2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n}}{4+\frac{2}{n}}=\frac{1}{4};$$

$$\text{в)}\lim_{n\to\infty}\frac{2\cdot 6^n-5^n}{6^{n-1}+2^n}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{6^n\left(2-\left(\frac{5}{6}\right)^n\right)}{6^n\left(\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{2-\left(\frac{5}{6}\right)^n}{\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{3}\right)^n}=12;$$

$$\text{г)}\lim_{n\to\infty}\frac{6n^2+2}{1+2+3+\ldots+n}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{6n^2+2}{\frac{1+n}{2}\cdot n}=\lim_{n\to\infty}\frac{12n^2+4}{n^2+n}=12;$$

$$\text{д)}\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)}-\sqrt{n^6-3n^3+5}}{n}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)}-\sqrt{n^6-3n^3+5}\right)\left(\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)}+\sqrt{n^6-3n^3+5}\right)}{n\left(\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)}+\sqrt{n^6-3n^3+5}\right)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n^2+5)(n^4+2)-n^6+3n^3-5}{n\left(\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)}+\sqrt{n^6-3n^3+5}\right)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{5n^4+3n^3+2n^2+5}{n\left(\sqrt{n^6+5n^4+2n^2+10}+\sqrt{n^6-3n^3+5}\right)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}+\frac{5}{n^4}}{\sqrt{1+\frac{5}{n^2}+\frac{2}{n^4}+\frac{10}{n^6}}+\sqrt{1-\frac{3}{n^3}+\frac{5}{n^6}}}=\frac{5}{2};$$

$$\text{е)}\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4n^2+4n-1}{4n^2+2n+3}\right)^{1-2n}=\left(1^\infty\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4n^2+2n+3+2n-4}{4n^2+2n+3}\right)^{1-2n}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n-4}{4n^2+2n+3}\right)^{1-2n}=\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e\right]=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2n-4}{4n^2+2n+3}\right)^{\frac{4n^2+2n+3}{2n-4}\cdot\frac{2n-4}{4n^2+2n+3}\cdot(1-2n)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n-4)(1-2n)}{4n^2+2n+3}}=e^{-1}.$$

Задача 3. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что

$$\lim_{x\to 8}\frac{x^2+x-72}{x-8}=17.$$

Решение

Число 17 является пределом функции $\frac{x^2+x-72}{x-8}$ при $x\to 8$, если для $\forall\varepsilon>0$ существует $\delta_\varepsilon>0$ такое, что при всех x, удовлетворяющих условию $0<|x-8|<\delta$, выполняется неравенство

$$\left|\frac{x^2+x-72}{x-8}-17\right|<\varepsilon.$$

Зададим $\varepsilon>0$. Находим

$$\left|\frac{x^2+x-72}{x-8}-17\right|=\left|\frac{x^2-16x+64}{x-8}\right|=\left|\frac{(x-8)^2}{x-8}\right|=|x-8|<\varepsilon.$$

Следовательно, для $\forall\varepsilon>0$ существует такое число $\delta=\varepsilon>0$, что при всех x, удовлетворяющих условию

$$0<|x-a|<\delta \quad\Rightarrow\quad 0<|x-8|<\varepsilon,$$

выполняется неравенство

$$|f(x)-b|<\varepsilon \;\;\Rightarrow\; \left|\frac{x^2+x-72}{x-8}-17\right|<\varepsilon\ .$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{x^2+x-72}{x-8}=17,\quad \delta(\varepsilon)=\varepsilon.$$

Задача 4. Найти предел функции:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+20x^3}{5x^3+4x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to -5}\frac{3x^2+22x+35}{2x^2+3x-35}$;

в) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$;

г) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-x}{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+2}}$;

д) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 5x}{2x^2}$;

е) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{5ctgx}$.

Решение:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+20x^3}{5x^3+4x-1}=\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3\left(\dfrac{1}{x^2}+20\right)}{x^3\left(5+\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{1}{x^3}\right)}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x^2}+20}{5+\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{1}{x^3}}=4$;

б) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{3x^2+22x+35}{2x^2+3x-35}=\left(\dfrac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{(x+5)(3x+7)}{(x+5)(2x-7)}=\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{3x+7}{2x-7}=\dfrac{8}{17}$;

в) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}=\left(\dfrac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x-3)(x^2-x-6)}{(x-3)(x^2-2x-3)}=$

$$=\lim_{x\to3}\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+1)}=\lim_{x\to3}\frac{x+2}{x+1}=\frac{5}{4};$$

$$\begin{array}{l|l} x^3-4x^2-3x+18 & x-3 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-3x^2} & x^2-x-6 \\ \quad -x^2-3x+18 & \\ \quad \underline{-x^2+3x} & \\ \qquad -6x+18 & \\ \qquad \underline{-6x+18} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l|l} x^3-5x^2+3x+9 & x-3 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-3x^2} & x^2-2x-3 \\ \quad -2x^2+3x+9 & \\ \quad \underline{-2x^2+6x} & \\ \qquad -3x+9 & \\ \qquad \underline{-3x+9} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

г) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1-x}{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+2}}=\left(\dfrac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(1-x)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+2}\right)}{\left(\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+2}\right)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+2}\right)}=$

$$=\lim_{x\to1}\frac{(1-x)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+2}\right)}{1+3x-2x-2}=\lim_{x\to1}\frac{(1-x)\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+2}\right)}{x-1}=$$

$$=-\lim_{x\to1}\left(\sqrt{1+3x}+\sqrt{2x+2}\right)=-4;$$

д) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos5x}{2x^2}=\left(\dfrac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin^2\dfrac{5x}{2}}{2x^2}=\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin\dfrac{5x}{2}}{x}\right)^2=\left[\lim\limits_{\alpha\to0}\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}=1\right]=$

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{\frac{5}{2}\sin\frac{5x}{2}}{\frac{5x}{2}}\right)^2=\frac{25}{4};$$

е) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{5ctgx}=\left(1^{\infty}\right)=\left[\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e\right]=\lim\limits_{x\to 0}(1+\cos x-1)^{\frac{1}{\cos x-1}\cdot(\cos x-1)\cdot 5ctgx}=$

$$=e^{\lim\limits_{x\to 0}5ctgx(\cos x-1)}=e^{-10\lim\limits_{x\to 0}ctgx\cdot\sin^2\frac{x}{2}}=e^{-10\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2\frac{x}{2}\cdot\cos x}{2\cdot\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}}=e^{-5\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}\cdot\cos x}{\cos\frac{x}{2}}}=e^{0}=1.$$

Задача 5. Исследовать на непрерывность функцию $f(x)=7^{\frac{2}{x-3}}$ и определить тип точек разрыва, если они есть. Сделать схематический чертеж.

Решение

Область определения функции $D(f)=(-\infty;3)\cup(3;+\infty)$. На всей $D(f)$ данная функция непрерывна. Точка $x=3$ является точкой разрыва, так как в ней функция не определена.

Найдем односторонние пределы функции в этой точке:

$$f(3-0)=\lim\limits_{x\to 3-0}7^{\frac{2}{x-3}}=\left[7^{\frac{2}{-0}}=7^{-\infty}\right]=0,$$

$$f(3+0)=\lim\limits_{x\to 3+0}7^{\frac{2}{x-3}}=\left[7^{\frac{2}{+0}}=7^{+\infty}\right]=+\infty.$$

Следовательно, в точке $x=3$ разрыв второго рода. Делаем чертеж (рисунок 1).

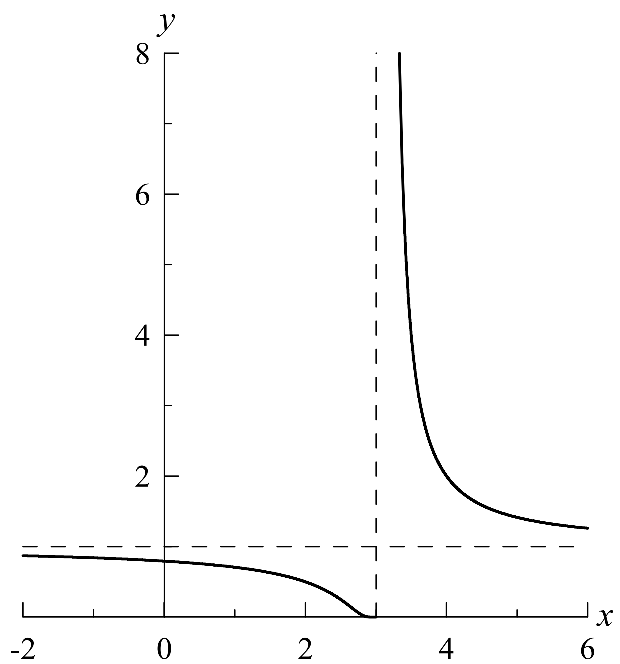

Рисунок 1

Задача 6. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x)}{\arcsin(x^2-x)}$, используя таблицу эквивалентностей.

Решение

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-x)}{\arcsin(x^2-x)}=\left(\frac{0}{0}\right)=\begin{bmatrix}\ln(1+\alpha)\sim\alpha, & \alpha\to 0\\ \arcsin\alpha\sim\alpha, & \alpha\to 0\end{bmatrix}=\lim_{x\to 0}\frac{-x}{x^2-x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{1-x}=1.$$

Список литературы

1 **Беклемишев, Д. В.** Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. – 10-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2005. – 315 с.

2 Высшая математика. Общий курс : учебник / Под ред. С. А. Самаля. – Минск : Выш. шк., 2000. – 351 с.

3 **Гусак, А. А.** Высшая математика: учебник в 2 т. / А. А. Гусак. – 4-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2003. – Т. 1. – 544 с.

4 **Гусак, А. А.** Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак, Е. А. Бричикова. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 640 с.

5 **Жевняк, Р. М.** Высшая математика. Основы аналитической геометрии и линейной алгебры. Введение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебник / Р. М. Жевняк, А. А. Карпук. – Минск : Выш. шк., 1992. – 384 с.

6 **Письменный, Д. Т.** Конспект лекций по высшей математике / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-пресс, 2004. – Ч. 1. – 288 с.

7 Сборник задач по математике для втузов. Линейная алгебра и основы математического анализа : учеб. пособие для втузов в 2 т. / В. А. Болтов [и др.] ; под ред. А. В. Ефимова и Б. П. Демидовича. – 2-е изд. – М. : Наука, 1986. – Т. 1. – 464 с.

8 Сборник задач по курсу высшей математики / Под ред. Г. И. Кручковича. – М. : Высш. шк., 1973. – 176 с.

9 **Шипачев, В. С.** Высшая математика : учебник / В. С. Шипачев. – 7-е изд. – М. : Высш. шк., 2005. – 479 с.